



**PRIMER NIVEL**

**CERTAMEN ZONAL**

**XXXV OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA**

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

**1.** Bruno debe elegir tres números distintos entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 de modo que la suma de los tres elegidos sea un número par. Determinar de cuántas maneras puede hacer su elección.

**2.** Ana, Bea, Ceci, Dany y Emi están sentados, en ese orden, alrededor de una mesa redonda (Bea está a la derecha de Ana y Ana a la derecha de Emi). Cada uno tiene algunos caramelos y entre los cinco suman 100 caramelos. Todos en un mismo instante le dan caramelos al vecino de la derecha. Ana entrega  $\frac{1}{3}$  de sus caramelos; Bea entrega  $\frac{1}{4}$  de sus caramelos; Ceci entrega  $\frac{1}{5}$  de los suyos; Dany entrega  $\frac{1}{6}$  de sus caramelos y Emi entrega  $\frac{1}{7}$  de sus caramelos. Después de estos pases de caramelos cada uno de los chicos tiene exactamente la misma cantidad de caramelos que tenía antes de los pases. Determinar cuántos caramelos tiene cada uno.

**3.** Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo con  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 60^\circ$  y  $AB = 6$ . Se considera el punto  $D$  tal que el triángulo  $BCD$  sea equilátero y sólo comparta con el triángulo  $ABC$  el lado  $BC$ . Las rectas  $BD$  y  $AC$  se cortan en  $E$ . Calcular las medidas de los lados del triángulo  $CDE$ .



SEGUNDO NIVEL

CERTAMEN ZONAL

XXXV OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

1. Diremos que un número entero positivo es *alternado* si sus dígitos se alternan entre pares e impares. Por ejemplo, 5838 y 2109 son alternados y 2134 no lo es.

Hallar la cantidad de números alternados de 4 dígitos tales que al multiplicarlos por 2 el resultado es también un número alternado de 4 dígitos.

**Nota:** Un número alternado puede tener dígitos repetidos.

2. Determinar todos los tríos  $(a, b, c)$  de números enteros positivos tales que:

$$a = b^4 + c^3; \quad a, b \text{ y } c \text{ son números primos y } a \leq 2018.$$

3. Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo tal que  $\widehat{C} = 90^\circ$ ,  $\widehat{A} = 30^\circ$  y  $AB = 10$ . Sea  $D$  un punto interior al triángulo  $ABC$  tal que  $\widehat{BDC} = 90^\circ$  y  $\widehat{ACD} = \widehat{DBA}$ . Sea  $E$  el punto de intersección de la hipotenusa  $AB$  y la recta  $CD$ . Calcular la medida del segmento  $AE$ .



**TERCER NIVEL**

**CERTAMEN ZONAL**

**XXXV OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA**

APELLIDO:	
NOMBRES:	DNI:
ESCUELA:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	

**ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.**

**1.** Fausto escribe una lista de 11 números enteros positivos con el siguiente procedimiento: elige el primer número  $a$  y el segundo número  $b$  y, a partir de allí, en cada paso escribe la resta del último número escrito multiplicado por 2 menos el penúltimo número escrito. Por ejemplo, si  $a = 87$  y  $b = 134$ , la sucesión comienza con  $87, 134, 181, 228, 275, \dots$ .

Hallar todos los números enteros positivos  $a$  y  $b$ , con  $a$  menor o igual que 30 y tales que en el lugar número 11 de la lista esté escrito 2018.

**2.** Mateo multiplicó dos o más números enteros positivos consecutivos y obtuvo como resultado el número  $n = 47xy74$  con  $x$  e  $y$  dígitos. Determinar qué números multiplicó Mateo. Dar todas las posibilidades.

**3.** Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo con  $\hat{C} = 90^\circ$ ,  $AB = 20$  y  $AC = 12$ . Sea  $M$  el punto medio de  $AB$ . La recta perpendicular a  $AB$  por  $M$  corta al lado  $BC$  en  $N$ . Calcular el área del cuadrilátero  $AMNC$ .